

ISSN 2321-1903

অর্থবিশ্লেষণ

ষষ্ঠ বর্ষ • প্রথম ও দ্বিতীয় যুগ্ম সংখ্যা
২০২১-২২



ARTHABISLESHON

A Biannual Bengali Journal in Economics

ARTHABISLESHON
Volume-6, Issue-1-2 Combined
2021-22

Chief Editor
Sugata Marjit

Published by
Society for Economic Research in Bengali
BB-194, Sector-1, Salt Lake City
Kolkata - 700 064
West Bengal, India
e-mail: serb.econ@gmail.com

Printed in India by
S. S. Print
8, Narasingha Lane
Kolkata - 700 009

সূচী

নিবন্ধ

বিভিন্ন দৃষ্টিকোণ থেকে বহুপাক্ষিক প্লাটফর্ম —
এযাবৎ হওয়া বিভিন্ন আলোচনার একটি উপস্থাপনা
শোভিক মুখার্জি

৯

ভারতে প্রাতিষ্ঠানিক প্রসবের ক্ষেত্রে নিজস্ব খরচের প্রগতিশীলতা ও
তন্মুখিত আর্থিক সঙ্কটের নির্ণায়কসমূহ
ভাস্কর ভট্টাচার্য্য

৩৬

ইবনে খালদুন - আধুনিক অর্থশাস্ত্রের
এক অবিসংবাদিত মৌলিক চিন্তাবিদ
আবু এন. এম. ওয়াহিদ

৫৮

আলোর প্রতিসরণের সঙ্গে সামঞ্জস্য রেখে অর্থনৈতিক বৈষম্য
পরিমাপের একটি পদ্ধতি
অম্লান মজুমদার

৭০

অর্থনীতি এখন

অ্যাপ : অর্থনীতির বিশ্বায়ন
রিলিনা বসু

৮৩

অর্থবিশ্লেষণের আড্ডা

বাংলার গ্রুপ থিয়েটার : একটি রাজনৈতিক-অর্থনৈতিক দৃষ্টি
দীপ্র মজুমদার

৮৯

ভারতের গণতন্ত্র ও সাম্প্রতিক অর্থনৈতিক পরিস্থিতি
সহেলী বোস

৯৫

দেশের নাড়ী এবং নারী : উন্নয়নের হালহকিকত
সৌম্যজিৎ চক্রবর্তী

৯৭

অতিমারী ও ভারতের আন্তর্জাতিক বাণিজ্যের ভবিষ্যৎ
উপাসনা দে

১০০

আলোর প্রতিসরণের সঙ্গে সামঞ্জস্য রেখে অর্থনৈতিক বৈষম্য
পরিমাপের একটি পদ্ধতি

অল্লান মজুমদার
অর্থনীতি বিভাগ, উত্তরবঙ্গ বিশ্ববিদ্যালয়

মর্মার্থ :

একটি একরূপ স্বচ্ছ মাধ্যম থেকে অন্য একটি একরূপ স্বচ্ছ মাধ্যমে প্রতিগমনের সময় আলোক রশ্মির প্রতিসরণ (রিফ্র্যাকশন) হয়। আলো যেমন বিভিন্ন মিডিয়াম বৈশিষ্ট্য অনুসারে রিফ্র্যাক্ট করে, তেমনি লোরেঞ্জ কার্ডও বিভিন্ন স্তরে সম্পদ বা আয়ের ঘনত্ব অনুসারে বিচ্যুত হয় তার আদর্শ অবস্থান থেকে। আদর্শ অবস্থানে লোরেঞ্জ কার্ড ইউনিট স্কয়ারের মধ্যে ডায়াগনালি বিস্তৃত থাকে। আলোর প্রতিসরণ জ্যামিতিক অপটিক্সের স্নেল-এর সূত্র (Snell's law) অনুসারে হয় এবং এর মাত্রা পরিমাপ করা হয় প্রতিসরণ সূচক (refractive index) দিয়ে। এই সাদৃশ্যটির সাথে সামঞ্জস্য রেখে আমি প্রথমে, লোরেঞ্জ কার্ড ফ্রেমওয়ার্কের অধীনে প্রত্যেকটি স্ট্যাটামের জন্য প্রতিসরণ সূচক গণনা করি যা প্রত্যেকটি গ্রুপের বিচ্যুতি দেখায় আদর্শ অবস্থান থেকে। একে আমি বলি রিফ্র্যাক্টিভ ইনইকুয়ালিটি ইন্ডেক্স। তারপরে সবকটি এইরকম ইন্ডেক্স যোগ করে এবং স্ট্যান্ডার্ডাইসড করে সামগ্রিকভাবে একটি সূচক প্রস্তাব করি পুরো লোরেঞ্জ কার্ড ফ্রেমওয়ার্কের জন্য। এটিকে আমি বলি রিফ্র্যাক্টিভ লোরেঞ্জ ইন্ডেক্স। পরবর্তী সামগ্রিক ইন্ডেক্সটি প্রো-ট্রান্সফার সংবেদনশীল (pro transfer-sensitive) এবং লোরেঞ্জ কার্ডের দৈর্ঘ্যের উপর ভিত্তি করে যে সমস্ত ইন্ডেক্স আছে তাদের সমতুল্য। এই পদ্ধতির গ্রহণযোগ্যতা WDI 2016 থেকে আয় বা ব্যয় বন্টনের ডেটা ব্যবহার করে পরীক্ষা করা হয়। ফলাফল প্রাণবন্ত এবং লক্ষণীয়। জ্যামিতিক অপটিক্সে ১.০০ এরও কম ইন্ডেক্সের মান একটি ব্যতিক্রমী প্রতিসরণ উপস্থাপন করে। কিন্তু বাস্তবে অর্থনৈতিক পরিসরে আমাদের অনেকের জন্য অসমতার এমন একটি অবস্থা খুবই সাধারণ (common)। এর বিপরীতে, ধনী গোষ্ঠীর রিফ্র্যাক্টিভ ইনইকুয়ালিটি ইন্ডেক্স কখনো ডায়মন্ডের প্রতিসরণ সূচককেও (২.৪২) ছাড়িয়ে যায়, যেখানে একটি সূচকের মান ১.০০ একটি আদর্শ অবস্থা চিত্রিত করে। যদিও প্রাথমিক অনুশীলনটি গ্রুপযুক্ত ডেটা দিয়ে করা হয়, এটি মাইক্রো ডেটা দিয়েও করা যেতে পারে।

১। ভূমিকা

একটি সময়ে কিছুটা কল্পনা প্রবণ হয়ে আমি ভেবেছিলাম যে অর্থনৈতিক উন্নয়ন হল এমন একটি “state or condition, where light touches everybody without refraction” (মজুমদার ২০১০, ২০১৪)। এখানে “উন্নয়ন” শব্দটি দ্বারা আমি “অর্থনৈতিক বৈষম্যহীন একটি পৃথিবী” বোঝার চেষ্টা করেছি। এই দৃষ্টিভঙ্গি লোরেন্স কার্ডকে বা সমতাবাদী রেখাকে (the egalitarian line) আলোর রশ্মি হিসাবে দেখেছে। এটি কল্পনা করে যে অর্থনৈতিক বৈষম্যহীন পৃথিবী এমন একটি অবস্থা ছাড়া কিছুই নয় যেখানে আলো প্রতিসরণ ছাড়াই প্রত্যেককে সমানভাবে স্পর্শ করে। এটি লরেন্স কার্ড ফ্রেমওয়ার্ক-এর একক বর্গকে (unit square) বিশ্ব এবং সমতাবাদী রেখা (তির্যক রেখা diagonal line)কে প্রতিসরণ ছাড়াই আলোর রশ্মির প্রতিগমন হিসাবে বিবেচনা করে। কিন্তু বাস্তবে, আমরা সমাজের বিভিন্ন অর্থনৈতিক স্তরে বিভিন্ন অবস্থায় বাস করি যেখানে লরেন্স কার্ড বা আলোক রশ্মি প্রতিবারই একটি স্তর থেকে অন্য একটি স্তরে প্রতিগমনের সময় প্রতিসরিত এবং প্রলম্বিত হয়। আলোর প্রতিসরণ জ্যামিতিক অপটিক্সের স্নেল-এর সূত্র (Snell's law) অনুসারে হয় এবং এর মাত্রা পরিমাপ করা হয় প্রতিসরণ সূচক (refractive index) দিয়ে। এই সাদৃশ্যটির সাথে সামঞ্জস্য রেখে আমি প্রথমে, লরেন্স কার্ড ফ্রেমওয়ার্কের অধীনে প্রত্যেকটি স্ট্যাটামের জন্য প্রতিসরণ সূচক গণনা করি যা প্রত্যেকটি গ্রুপের বিচ্যুতি দেখায় আদর্শ অবস্থান থেকে। একে আমি বলি রিফ্লেক্টিভ ইনইকুয়ালিটি ইন্ডেক্স (RII)। তারপরে সবকটি এইরকম ইন্ডেক্স যোগ করে এবং স্ট্যান্ডার্ডাইজড করে সামগ্রিকভাবে একটি সূচক প্রস্তাব করি পুরো লোরেন্স কার্ড ফ্রেমওয়ার্কের জন্য। এটিকে আমি বলি রিফ্লেক্টিভ লোরেন্স ইন্ডেক্স (RLI)। পরবর্তী সামগ্রিক ইন্ডেক্সটি লোরেন্স কার্ডের দৈর্ঘ্যের উপর ভিত্তি করে যে সমস্ত ইন্ডেক্স আছে তাদের সমতুল্য, যেমন আমাতো ইন্ডেক্স (আমাতো ১৯৬৪) ও কাকাওয়ানি ইন্ডেক্স (কাকাওয়ানি ১৯৮০)। আরও, এটি লক্ষণীয় যে বিকল্প এবং স্বজ্ঞাতভাবে সহজ করে অর্থনৈতিক বৈষম্য পরিমাপের প্রয়াস কয়েক বছরের মধ্যে তাৎপর্যপূর্ণভাবে বেড়েছে, কিন্তু লোরেন্স বক্ররেখা ভিত্তিক অসমতার সাথে আলোর অপসারণের ধারণাকে একত্রিত করে কোন গবেষণার উপস্থিতি কোন জনপ্রিয় সমীক্ষায় আগে দেখা যায়নি (জু ২০০৪, ইয়েজাকি এবং শেচটম্যান ২০১৩)। এই পদ্ধতির গ্রহণযোগ্যতা WDI (World Development Index) ২০১৬ থেকে আয় বা ব্যয় বন্টনের ডেটা ব্যবহার করে পরীক্ষা করা হয়।

২। আলো এবং লোরেন্স কার্ডের প্রতিসরণের উপমা

নিম্নের চিত্র সমূহে আলো এবং লোরেন্স কার্ডের প্রতিসরণের উপমা উপস্থাপন করা হল, যাদের আলাদা করে ব্যাখ্যার প্রয়োজন নেই।

আলোর প্রতিসরণের সঙ্গে সামঞ্জস্য রেখে অর্থনৈতিক বৈষম্য পরিমাপের একটি পদ্ধতি

অল্লান মজুমদার

অর্থনীতি বিভাগ

উত্তরবঙ্গ বিশ্ববিদ্যালয়

সংক্ষিপ্তসার: একটি একরূপ স্বচ্ছ মাধ্যম থেকে অন্য একটি একরূপ স্বচ্ছ মাধ্যমে প্রতিগমনের সময় আলোক রশ্মির প্রতিসরণ (রিফ্রেকশন) হয়। আলো যেমন বিভিন্ন মিডিয়াম বৈশিষ্ট্য অনুসারে রিফ্র্যাক্ট করে, তেমনি লোরেঞ্জ কার্ডও বিভিন্ন স্তরে সম্পদ বা আয়ের ঘনত্ব অনুসারে বিচ্যুত হয় তার আদর্শ অবস্থান থেকে। আদর্শ অবস্থানে লোরেঞ্জ কার্ড উনিট স্ফারের মধ্যে ডায়াগনালি বিস্তৃত থাকে। আলোর প্রতিসরণ জ্যামিতিক অপটিক্সের স্নেল-এর সূত্র (Snell's law) অনুসারে হয় এবং এর মাত্রা পরিমাপ করা হয় প্রতিসরণ সূচক (refractive index) দিয়ে। এই সাদৃশ্যটির সাথে সামঞ্জস্য রেখে আমি প্রথমে, লোরেঞ্জ কার্ড ফ্রেমওয়ার্কের অধীনে প্রত্যেকটি স্ট্যাটামের জন্য প্রতিসরণ সূচক গণনা করি যা প্রত্যেকটি গ্রুপের বিচ্যুতি দেখায় আদর্শ অবস্থান থেকে। একে আমি বলি রিফ্রেক্টিভ ইনইকুয়ালিটি ইন্ডেক্স। তারপরে সবকটি এইরকম ইন্ডেক্স যোগ করে এবং স্টেন্ডার্ডাইসড করে সামগ্রিকভাবে একটি সূচক প্রস্তাব করি পুডো লোরেঞ্জ কার্ড ফ্রেমওয়ার্কের জন্য। এটিকে আমি বলি রিফ্রেক্টিভ লোরেঞ্জ ইন্ডেক্স। পরবর্তী সামগ্রিক ইন্ডেক্সটি প্রো-ট্রান্সফার-সংবেদনশীল (pro transfer-sensitive) এবং লোরেঞ্জ কার্ডের দৈর্ঘ্যের উপর ভিত্তি করে যে সমস্ত ইন্ডেক্স আছে তাদের সমতুল্য। এই পদ্ধতির গ্রহণযোগ্যতা WDI 2016 থেকে আয় বা ব্যয় বন্টনের ডেটা ব্যবহার করে পরীক্ষা করা হয়। ফলাফল প্রাণবন্ত এবং লক্ষণীয়। জ্যামিতিক অপটিক্সে ১.০০ এরও কম ইন্ডেক্সের মান একটি 'ব্যতিক্রমী প্রতিসরণ' উপস্থাপন করে। কিন্তু বাস্তবে অর্থনৈতিক পরিসরে আমাদের অনেকের জন্য অসমতার এমন একটি অবস্থা খুবই সাধারণ (common)। এর বিপরীতে, ধনী গোষ্ঠীর রিফ্রেক্টিভ ইনইকুয়ালিটি ইন্ডেক্স কখনো ডায়মন্ডের প্রতিসরণ সূচকেও (২.৪২) ছাড়িয়ে যায়, যেখানে একটি সূচকের মান ১.০০ একটি আদর্শ অবস্থা চিত্রিত করে। যদিও প্রাথমিক অনুশীলনটি গ্রুপযুক্ত ডেটা দিয়ে করা হয়, এটি মাইক্রো ডেটা দিয়েও করা যেতে পারে।

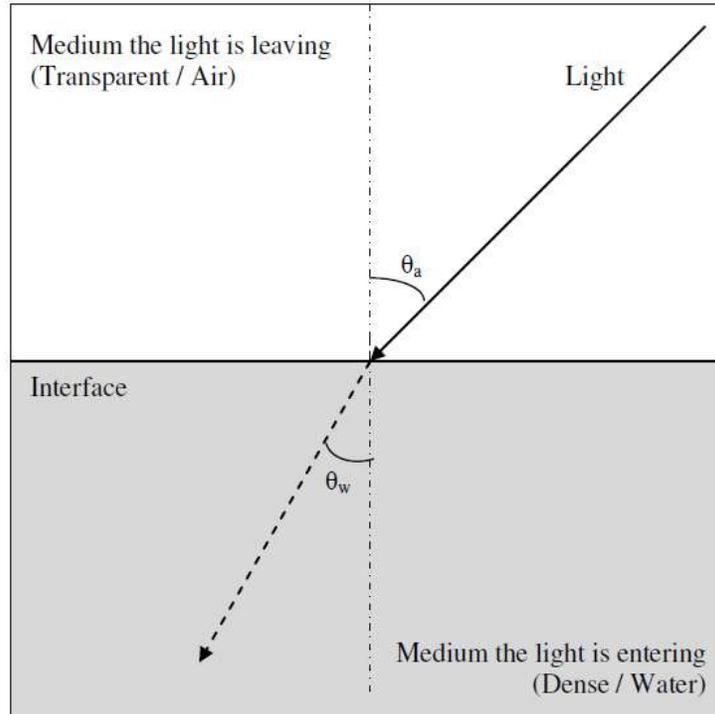
১। ভূমিকা

একটি সময়ে কিছুটা কল্পনা প্রবন হয়ে আমি ভেবেছিলাম যে অর্থনৈতিক উন্নয়ন হল এমন একটি “... state or condition, where light touches everybody without refraction” (মজুমদার ২০১০, ২০১৪)। এখানে "উন্নয়ন" শব্দটি দ্বারা আমি "অর্থনৈতিক বৈষম্যহীন একটি পৃথিবী" বোঝার চেষ্টা করেছি। এই দৃষ্টিভঙ্গি লোরেন্স কার্ডকে বা সমতাবাদী রেখাকে (the egalitarian line) আলোর রশ্মি হিসাবে দেখছে। এটি কল্পনা করে যে অর্থনৈতিক বৈষম্যহীন পৃথিবী এমন একটি অবস্থা ছাড়া কিছুই নয় যেখানে আলো প্রতিসরণ ছাড়াই প্রত্যেককে সমানভাবে স্পর্শ করে। এটি লরেন্স কার্ড ফ্রেমওয়ার্ক-এর একক বর্গকে (unit square) বিশ্ব এবং সমতাবাদী রেখা (তির্যক রেখা – diagonal line) কে প্রতিসরণ ছাড়াই আলোর রশ্মির প্রতিগমন হিসাবে বিবেচনা করে। কিন্তু বাস্তবে, আমরা সমাজের বিভিন্ন অর্থনৈতিক স্তরে বিভিন্ন অবস্থায় বাস করি যেখানে লরেন্স কার্ড বা আলোক রশ্মি প্রতিবারই একটি স্তর থেকে অন্য একটি স্তরে প্রতিগমনের সময় প্রতিসরিত এবং প্রলম্বিত হয়। আলোর প্রতিসরণ জ্যামিতিক অপটিক্সের স্নেল-এর সূত্র (Snell's law) অনুসারে হয় এবং এর মাত্রা পরিমাপ করা হয় প্রতিসরণ সূচক (refractive index) দিয়ে। এই সাদৃশ্যটির সাথে সামঞ্জস্য রেখে আমি প্রথমে, লরেন্স কার্ড ফ্রেমওয়ার্কের অধীনে প্রত্যেকটি স্ট্র্যাটামের জন্য প্রতিসরণ সূচক গণনা করি যা প্রত্যেকটি গ্রুপের বিচ্যুতি দেখায় আদর্শ অবস্থান থেকে। একে আমি বলি রিফ্রেক্টিভ ইনইকুয়ালিটি ইন্ডেক্স (RII)। তারপরে সবকটি এইরকম ইন্ডেক্স যোগ করে এবং স্টেন্ডার্ডাইসড করে সামগ্রিকভাবে একটি সূচক প্রস্তাব করি পুডো লোরেন্স কার্ড ফ্রেমওয়ার্কের জন্য। এটিকে আমি বলি রিফ্রেক্টিভ লোরেন্স ইন্ডেক্স (RLI)। পরবর্তী সামগ্রিক ইন্ডেক্সটি লোরেন্স কার্ডের দৈর্ঘ্যের উপর ভিত্তি করে যে সমস্ত ইন্ডেক্স আছে তাদের সমতুল্য, যেমন আমাতো ইন্ডেক্স (আমাতো

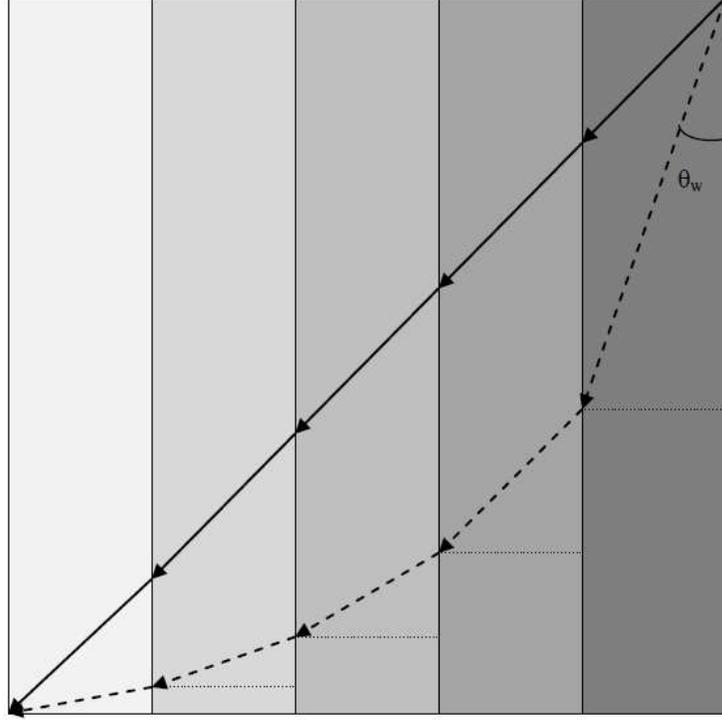
1968) ও কাকওয়ানি ইন্ডেক্স (কাকওয়ানি 1980)। আরও, এটি লক্ষণীয় যে বিকল্প এবং স্বজ্ঞাতভাবে সহজ করে অর্থনৈতিক বৈষম্য পরিমাপের প্রয়াস কয়েক বছরের মধ্যে তাত্পর্যপূর্ণভাবে বেড়েছে, কিন্তু লোরেনজ বক্ররেখা ভিত্তিক অসমতার সাথে আলোর অপসারণের ধারণাকে একত্রিত করে কোন গবেষণার উপস্থিতি কোন জনপ্রিয় সমীক্ষায় আগে দেখা যায়নি (জু 2004, ইয়েজাকি এবং শেচটম্যান 2013)। এই পদ্ধতির গ্রহণযোগ্যতা WDI 2016 থেকে আয় বা ব্যয় বন্টনের ডেটা ব্যবহার করে পরীক্ষা করা হয়।

২। আলো এবং লোরেনজ কার্ভের প্রতিসরণের উপমা

নিম্নের চিত্র সমূহে আলো এবং লোরেনজ কার্ভের প্রতিসরণের উপমা উপস্থাপন করা হল, যাদের আলাদা করে ব্যাখ্যার প্রয়োজন নেই।



চিত্র ১। আলোর প্রতিসরণ



চিত্র ২। লরেঞ্জ কার্ড ফ্রেমওয়ার্ক

৩। অর্থনৈতিক বৈষম্য পরিমাপের পদ্ধতি

রিফ্রেক্টিভ ইন্ডেক্স আলোক রশ্মির বিচ্যুতির পরিমাণ পরিমাপ করে, যা স্নেলের সূত্র দ্বারা নিয়ন্ত্রিত (জেনকিনস এবং হোয়াইট ১৯৮১):

$$r_a \cdot \sin(\theta_a) = r_w \cdot \sin(\theta_w). \quad (1)$$

যেখানে r_a = প্রথম স্বচ্ছ মাধ্যমের প্রতিসরণ সূচক, অর্থাৎ যেখান থেকে আলোর প্রতিগমন হচ্ছে. এর মান একক ধরা হয়, অর্থাৎ $r_a = 1.00$; $\theta_a = 45^\circ$; r_w = দ্বিতীয় মাধ্যমের প্রতিসরণ সূচক যা আমরা জানতে চাইছি; $\sin(\theta_w)$ -এর মান আমরা বেড় করে নিতে পারব আয় বা ব্যয়-এর তথ্য এবং পোপুলেশন গ্রুপের আয়তন থেকে যা বিস্তারিত ভাবে আলোচনা করা হয়েছে লেখকের পূর্ববর্তী গবেষণা সমূহে (মজুমদার ২০১৫, ২০১৯)। যাইহোক, যদি প্রত্যেকটি স্ট্রেটামের r_w -কে

সাধারণ ভাবে r_i ধরে নেই (যা RII = refractive inequality index), আয় বা ব্যয় শেয়ার কে ধরি x_i , এবং প্রত্যেকটি সমান পোপুলেশন গ্রুপকে p , এবং $i = 1, 2, \dots, 5$, তাহলে:

$$r_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x_i^2 + p^2}}{p}. \quad (2)$$

উল্লেখ্য, উপরের সূত্রটিতে লব অঙ্কটি খন্ডিত লরেঞ্জ কার্ভ ছাড়া আর কিছুই নয় (ধরা যাক h_i)।
 যা চিত্র ২ তে প্রত্যেকটি ত্রিভুজে ডটেড লাইন (hypotenuse) দ্বারা দেখানো হয়েছে যেহেতু \bar{x} or μ
 $= \sum x_i/n = 1/n$, যেমন $\sum x_i = 1$, এবং $p = 1/n$, আরেকটু সহজ করে লিখলে এবং r_i -কে RII ধরে নিলে:

$$RII = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{x_i}{\bar{x}}\right)^2 + 1}, \quad (3)$$

যেখানে \bar{x} = আয় বা ব্যয় শেয়ারের গড় মান। উপরের সূত্রটিকে রিফ্রেক্টিভ ইনইকুয়ালিটি ইন্ডেক্সের ওয়র্কিং ফরমুলা হিসাবে ধরা যেতে পারে। আদর্শ অবস্থায় যখন সম্পদ সকলের মধ্যে সমান ভাবে বন্টিত হয়, $x_i = \bar{x}$, $r_i = 1.00$; যখন একজনের বা একটি গ্রুপের শেয়ার শূন্য হয়, $x_i = 0$, $r_i = 1/\sqrt{2} = 0.71$; যখন একজন বা একটি গ্রুপ সমস্ত সম্পদ ভোগ করে, r_i পোপুলেশনের আয়তন (number) বা গ্রুপ সংখ্যার (এক্ষেত্রে $n = 5$) উপর নির্ভর করে। অর্থাৎ, যখন $x_i = 1$, এবং $n = 5$, $r_i = 3.61$.

এখন উপরের সূত্রটির উভয় পক্ষে সামেশন নিলে:

$$\sum RII = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum \sqrt{\left(\frac{x_i}{\bar{x}}\right)^2 + 1} \quad (4)$$

যেখানে $1/\sqrt{2} = \sin(45^\circ)$ এবং

$$h_i = \frac{1}{n} \sqrt{\left(\frac{x_i}{\bar{x}}\right)^2 + 1}. \quad (5)$$

ফলে $\sum RII$ -কে লিখা যেতে পারে:

$$\sum RII = n \cdot \sin(45^\circ) \cdot \sum h_i . \quad (6)$$

সংজ্ঞা অনুসারে $\sum h =$ লরেঞ্জ কার্ভের দৈর্ঘ্য (length of the Lorenz Curve), ধরাযাক LC,

এবং $n \cdot \sin(45^\circ) = \text{constant} = k$ (ধরাযাক)। ফলে ৬ নম্বর সূত্রটিকে লিখা যেতে পারে:

$$\sum RII = k \cdot LC. \quad (7)$$

যখন ইনকাম গ্রুপ বা ইন্ডিভিজুয়ালের সংখ্যা যথেষ্ট বড় হয়, লরেঞ্জ কার্ভের দৈর্ঘ্য (অর্থাৎ LC) $\sqrt{2}$ থেকে 2 এর মধ্যে বিস্তৃত থাকে। ফলে $\sum RII$ এর মান $k\sqrt{2}$ থেকে $2k$ এর মধ্যে বিস্তৃত থাকে। সংজ্ঞা অনুসারে স্ট্যান্ডার্ডাইসড $\sum RII =$ রিফ্রেক্টিভ লরেঞ্জ ইন্ডেক্স (RLI)। সুতরাং,

$$RLI = \frac{\sum RII - k\sqrt{2}}{2k - k\sqrt{2}} = \frac{k \cdot LC - k\sqrt{2}}{2k - k\sqrt{2}} = \frac{LC - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}. \quad (8)$$

উপরের ৪ ও ৮ নম্বর সূত্রসমূহকে রিফ্রেক্টিভ লরেঞ্জ ইন্ডেক্সের ওয়র্কিং ফরমুলা হিসাবে ধরা যেতে পারে। RLI এর মান 0 থেকে 1.00 মধ্যে বিস্তৃত থাকে।

৪। প্রস্তাবিত ইন্ডেক্স সমূহের সঙ্গে অন্য ইন্ডেক্সের সমতুল্যতা

লরেঞ্জ কার্ভের দৈর্ঘ্যের উপর ভিত্তি করে অর্থনৈতিক বৈষম্য পরিমাপের ধারণা প্রথম আনেন আমাতো (1968)। প্রায় এক দশক পরে কাকওয়ানি (1980) পৃথকভাবে এই ইন্ডেক্সটিকে পুনরায় আবিষ্কার করেন এবং কিছু বিশদভাবে এটি অধ্যয়ন করেন। এছাড়াও আর্নল্ড (2005, 2012), মজুমদার (2015) এবং সুরক্ষাগিয়ান (2015) খুব আগ্রহ নিয়ে এই সূচকটির বিষয়ে আলোচনা করেছেন। যদিও সম্প্রতি বিকশিত সাহিত্যে, পরিমাপটি আমাতো এবং কাকওয়ানির নামের সাথে সম্পর্কিত, আর্নল্ড (2005) এর রিপোর্ট অনুসারে লম্বার্ডো (1969) এবং স্কেলা (1969)ও এই পরিমাপটি নিয়ে আলোচনা করেছিলেন ইতালিনো ভাষায়। যাইহোক, জনপ্রিয় ইংরেজি সাহিত্যে এটি আমাতো-কাকওয়ানি ইনইকুয়ালিটি ইন্ডেক্স (AK Index) নামে পরিচিত।

$$AK = \frac{LC - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}. \quad (9)$$

এটি সহজেই অনুমেয় যে সূত্র ৮ ও সূত্র ৯ এর মধ্যে কোন ফারাক নেই। আমাতো-কাকওয়ানি ইনইকুয়ালিটি ইন্ডেক্স ও রিফ্রেক্টিভ লোরেঞ্জ ইন্ডেক্স পুরোপুরি সমতুল্য।

৫. রিফ্রেক্টিভ লোরেঞ্জ ইন্ডেক্সের বৈশিষ্ট্য

যেহেতু \bar{x} ও μ সমার্থক, আমরা লিখতে পারি:

$$LC = (1/n\mu) \sum (\mu^2 + x_i^2)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

সূত্র ১০ ও ৯ একত্রিত করে পাই:

$$AK = \frac{(1/n\mu) \sum (\mu^2 + x_i^2)^{\frac{1}{2}} - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}. \quad (11)$$

উপরের সূত্রটি কাকওয়ানি বর্ণিত নিম্নলিখিত অবিচ্ছিন্ন ফাংশনের সূত্রটির সমতুল্য:

$$L = \frac{1}{(2 - \sqrt{2})} \left[\frac{1}{\mu} \int_0^{\infty} \sqrt{\mu^2 + x^2} f(x) dx - \sqrt{2} \right]. \quad (12)$$

একটি লেমা (Lemma) প্রমাণ করে কাকওয়ানি দেখিয়েছেন যে কোন সূচক যদি আয়ের কোঠর ভাবে কনভেক্স ফাংশনের গাণিতিক গড় হয়, তাহলে তা পিগো-ডাল্টন ট্রান্সফার অ্যাক্সিয়ামটি সন্তুষ্ট করে। সূত্র ১২ তে L-এর ক্ষেত্রে তা সত্যি। যেহেতু RLI ও L সমতুল্য, এথেকে বোঝা যায় যে RLI পিগো-ডাল্টন ট্রান্সফার অ্যাক্সিয়ামটি সন্তুষ্ট করে।

তিনি আরও একটি লেমা (Lemma) প্রমাণ করে দেখিয়েছেন যে সূচকটি (L) ডিস্ট্রিবিউশনের মধ্যম এবং উপরের প্রান্তের চেয়ে নিম্ন প্রান্তের স্থানান্তরগুলিতে উচ্চ প্রাধান্য (weight) যুক্ত করে। তাঁর মতে, যেহেতু গিনি ইন্ডেক্সের থেকে, এই সূচকটি আয়ের নিম্ন স্তরের স্থানান্তর সম্পর্কে আরও বেশি সংবেদনশীল, এটি দারিদ্র্যের তীব্রতা পরিমাপের মতো গবেষণার ক্ষেত্রে বিশেষভাবে প্রযোজ্য।

অর্থ বা সম্পদের স্থানান্তর সংবেদনশীলতা বিবেচনা করলে লরেঞ্জ কার্ড ফ্রেমওয়ার্ক-এর অধীনে বৈষম্য ব্যবস্থাগুলি বৃহত্তভাবে তিনটি বিভাগে শ্রেণিবদ্ধ করা যেতে পারে: (i) বিরোধী ট্রান্সফার-সংবেদনশীল (anti transfer-sensitive), (ii) ট্রান্সফার-নিরপেক্ষ (transfer-neutral), এবং (iii) প্রো ট্রান্সফার-সংবেদনশীল (pro transfer-sensitive)। উদাহরণ স্বরূপ একটি ইনকাম ডিস্ট্রিবিউশন ধরা যাক: $p = (7, 13, 20, 27, 33)$ । আবার ধরা যাক দরিদ্রতম ব্যক্তি বা গ্রুপটিকে ২ একক ইনকাম ট্রান্সফার করে আমরা পাই: $q = (9, 11, 20, 27, 33)$ এবং এক জোড় সমৃদ্ধ ব্যক্তি বা গ্রুপের মধ্যে সমপরিমাণ স্থানান্তরের পর আমরা পাই: $r = (7, 13, 20, 29, 31)$ । এখন, একটি অসমতার পরিমাপ (ধরায়াক, Z), যদি পিগৌ-ডাল্টন ট্রান্সফার স্বত: সিদ্ধ সত্য (axiom) কে সন্তুষ্ট করে তবে, ট্রান্সফার-নিরপেক্ষ হবে যদি $Z(p) > Z(q) = Z(r)$ হয়; প্রো ট্রান্সফার-সংবেদনশীল হবে যদি $Z(p) > Z(r) > Z(q)$ হয়; এবং বিরোধী ট্রান্সফার-সংবেদনশীল হবে যদি $Z(p) > Z(q) > Z(r)$ হয়। গিনি ইন্ডেক্সের ক্ষেত্রে, $G(p) [= 0.330] > G(q) = G(r) [= 0.320]$: গিনি ইন্ডেক্স ট্রান্সফার-নিরপেক্ষ। AK index বা RLI-এর ক্ষেত্রে, $RLI(p) [= 0.101] > RLI(r) [= 0.099] > RLI(q) [= 0.094]$: AK index বা RLI প্রো ট্রান্সফার-সংবেদনশীল। অর্থাৎ, সহজ করে ভাবলে, অপেক্ষাকৃত দরিদ্র লোক উপকৃত হলে, যে ইন্ডেক্সের মান কমে যায় তা প্রো ট্রান্সফার-সংবেদনশীল। অপেক্ষাকৃত ধনী লোক উপকৃত হলে, যে ইন্ডেক্সের মান কমে যায় তা বিরোধী ট্রান্সফার-সংবেদনশীল। গিনি ইন্ডেক্স ধনী ও দরিদ্রের অবস্থা পরিবর্তনকে সমান ভাবে দেখে - তাই এটি ট্রান্সফার-নিরপেক্ষ।

যখন কোন পাঠক বা গবেষক সময়ের সাপেক্ষে গিনি ইন্ডেক্সের ডেটা পরীক্ষা করবেন, তার পক্ষে এটা বোঝা সম্ভব নয় যে আয় বা ব্যয় বন্টনের কোন স্তরে বা প্রান্তে পরিবর্তন ঘটেছে। এই

প্রসঙ্গে পিকেডি (2014) মনে করেন যে গিনি ইন্ডেক্সের মতো সিস্টেটিক পরিমাপ কে সরাসরি উপেক্ষা করে বিতরণ টেবিলের অঙ্কগুলি থেকে অসমতার বিশ্লেষণ করা যেতে পারে। অসবার্গ (2017) মনে করেন যে, সুধু গিনি ইন্ডেক্সের উপর নির্ভর না করে, একজন গবেষককে অবশ্যই চাঞ্চল্যরূপে আয় বা ব্যয়-এর বিন্যাস দেখে নিতে হবে। তবে প্রস্তাবিত RII ও RLI-এর ব্যবহারে এই ধরনের সমস্যাগুলি সহজেই দূর হয়ে যায়। কারণ, RII আয় বা ব্যয় বন্টনের প্রত্যেকটি স্তরে বা প্রান্তে অর্থনৈতিক বৈষম্য ইঙ্গিত করে এবং RLI সমগ্র ডিস্ট্রিবিউশনটির অর্থনৈতিক বৈষম্যের একটি সংক্ষিপ্তসার।

RLI-এর মতো সুবিধা না পাওয়া গেলেও, আরও কয়েকটি প্রো ট্রান্সফার-সংবেদনশীল পরিমাপের অস্তিত্ব আছে। যেমন, সুব্রহ্মাণিয়ানের (2015) লেফট-উইং গিনি ইন্ডেক্স। কিছু জেনেরালাইসড ইন্ডেক্সেরও কোন কোন সংস্করণ প্রো ট্রান্সফার-সংবেদনশীল হয়। জেনেরালাইসড ইন্ডেক্সের ইনেইকুয়ালিটি আভারসান ফ্যাক্টর সমূহ পরিবর্তনশীল। চর্চা করে দেখা গেছে যে (i) থিলের টি যখন $\alpha = 1$ (Theil's T), (ii) অ্যাটকিনসন অসমতার সূচক যখন $\varepsilon = 0.5$ (Atkinson inequality index), এবং (iii) এক্সটেন্ডেড গিনি ইন্ডেক্স যখন $v = 2.5$ (Extended Gini ইন্ডেক্স) প্রো ট্রান্সফার-সংবেদনশীল। এখানে α, ε ও v যথাক্রমে তিনটি উপরিউক্ত পরিমাপের ইনেইকুয়ালিটি আভারসান ফ্যাক্টর। এই বিষয়ে লেখকের পূর্বরতী গবেষণা পত্রে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে (মজুমদার 2019)।

৬। RII ও RLI-এর ব্যবহার

নিম্নের সারণীতে কয়েকটি নির্বাচিত দেশে রিফ্রেক্টিভ ইনইকুয়ালিটি ইন্ডেক্স, রিফ্রেক্টিভ লোরেঞ্জ ইন্ডেক্স ও গিনি ইন্ডেক্স প্রদর্শিত হল। আমরা যেনেছি যে RII-এর মান একক (1.00) হলে এটি একটি

আদর্শ অবস্থা ইঙ্গিত করে। ফলে RII-এর মান এককের কম বা বেশি কোনটিই কাম্য নয়। অর্থাৎ, RII-এর মান যখন 0 থেকে 1.00-এর দিকে বর্ধিত হবে বা তার সর্বম্বে মান (এক্ষেত্রে 3.61 পাচটি গ্রুপের জন্য) থেকে 1.00-এর দিকে নেমে আসবে, সেটিই কাম্য। পূর্বের আলোচনা থেকে এটাও আমরা জেনেছি যে যখন $RII < 1.00$, আলোর প্রতিসরন একটি ব্যতিক্রমী অবস্থাকে (anomalous condition) বোঝায়। অর্থনীতির পরিসরে আমরাও বুঝি যে ‘ইনকাম শেয়ার’ < ‘পপুলেশন শেয়ার’ হলে অবস্থাটি কাম্য নয়। কিন্তু অর্থনীতির পরিভাষায় ‘এনোমালাস কন্ডিশন’-এর মতো একটি ফ্রেজ এর আগে কোনদিনও ব্যবহৃত হয়নি। যাইহোক, যখন $RII > 1.00$, এটি একটি গ্রুপ বা স্তরে বা শ্রেণীতে অতিরিক্ত সম্পদের সম্প্রক্ততা প্রকাশ করে।

নীচের সারণীতে ফলাফল কুইন্টাইল ডেটা ব্যবহার করে প্রস্তুত করা হয়েছে কয়েকটি নির্বাচিত দেশের জন্য। প্রথম কলামে ইন্ডেক্সের মান সবথেকে বেশি আজারবাইজান-এ। প্রথম চারটি গ্রুপেই ইন্ডেক্সের মান প্রায় 1.00-এর কাছাকাছি। পঞ্চম গ্রুপে ইন্ডেক্সের মান 1.28, যা কিছুটা হলেও অতিরিক্ত সম্পদের সম্প্রক্ততা প্রকাশ করে। এখানে সর্বম্বে মান 3.61 হতে পারে। আজারবাইজান-এর ক্ষেত্রে RLI-এর মান 3.3, অর্থাৎ শূন্যের কাছাকাছি। ফলে আমরা বলতে পারি যে অর্থনৈতিক বৈষম্য আজারবাইজান-এ একেবারেই কম।

সারণী ১। কয়েকটি নির্বাচিত দেশে রিফ্রেক্টিভ ইনইকুয়ালিটি ইন্ডেক্স, রিফ্রেক্টিভ লোরেঞ্জ ইন্ডেক্স ও গিনি ইন্ডেক্স

| দেশ | RII ₁ | RII ₂ | RII ₃ | RII ₄ | RII ₅ | RLI | Gini Index |
|----------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------|------------|
| অস্ট্রেলিয়া | 0.75 | 0.82 | 0.91 | 1.07 | 1.65 | 14.1 | 34.9 |
| আজারবাইজান | 0.85 | 0.91 | 0.96 | 1.04 | 1.28 | 3.3 | 16.6 |
| ব্রাজিল | 0.72 | 0.76 | 0.83 | 0.98 | 2.15 | 30.5 | 52.9 |
| ভারত | 0.76 | 0.82 | 0.89 | 1.01 | 1.72 | 14.2 | 33.9 |
| পর্তুগাল | 0.74 | 0.83 | 0.91 | 1.05 | 1.68 | 14.9 | 36.0 |
| দক্ষিণ আফ্রিকা | 0.71 | 0.73 | 0.76 | 0.90 | 2.54 | 44.7 | 63.4 |
| মার্কিন যুক্তরাষ্ট্র | 0.73 | 0.80 | 0.89 | 1.07 | 1.79 | 19.3 | 41.1 |

উৎস: গিনি ইন্ডেক্স - WDI 2016; অবশিষ্টাংশ - স্ব-বিবরণাদি

দক্ষিণ আফ্রিকায় অর্থনৈতিক বৈষম্য প্রকট। প্রথম তিনটি গ্রুপের অবস্থা যথেষ্টই ‘এনোমালাস’। 60% পোপুলেশন এর আওতায় আসে। ইন্ডেক্সের মান থিউরেটিকাল মিনিমাম-এর (0.71) কাছাকাছি। চতুর্থ গ্রুপটি আদর্শ অবস্থা থেকে বেশি দূরে নয়। পঞ্চম গ্রুপটির বা সবথেকে ঐশ্বর্যশালী শ্রেণীটির RII-এর মান 2.54, যা ডায়মন্ডের প্রতিসরন সূচকেও (2.42) ছাড়িয়ে যায়। দেশটির ষাট ভাগ মানুষ ‘এনোমালাস কন্ডিশন’-এ বেচে থাকে। কুড়ি শতাংশ তথাকথিত ‘মিডলক্লাস’ – যারা আদর্শ অবস্থার কাছাকাছি এবং কুড়ি শতাংশ সমৃদ্ধ শ্রেণী। দক্ষিণ আফ্রিকার সার্বিক অর্থনৈতিক বৈষম্য সাতটি দেশের মধ্যে সবথেকে বেশি। RLI-এর মান 44.7 এবং গিনি ইন্ডেক্সের মান 63.4। অন্যান্য দেশগুলির ক্ষেত্রেও এইরকম আলোচনা করা যেতে পারে।

৭। উপসংহার

এই গবেষনার অন্তর্নিহিত উদ্দেশ্য ছিল লোরেনজ কার্ভ ফ্রেমওয়ার্ক-এর অধীনে অর্থনৈতিক বৈষম্যের একটি বিকল্প পরিমাপের প্রস্তাব দেওয়া যা গিনি ইন্ডেক্সের তুলনায় আরও প্রাণবন্ত এবং সংবেদনশীল। ফলস্বরূপ, প্রস্তাবিত সূচকের (আসলে এক জোড়া সূচকের) কার্যক্ষমতা অংশে (in parts) এবং সামগ্রিক ভাবে (as a whole) পরীক্ষা করা হয়েছে এবং সন্তোষজনক বলে প্রমাণিত হয়েছে। তদ্ব্যতীত, ফিসিকাল সাইন্স ও অর্থনৈতিক বিজ্ঞানের নীতি এবং প্রস্তাবগুলির একত্রিতকরণ, আমাদের সকলের জন্য অর্থনৈতিক বৈষম্যহীন এবং শ্রেণী বিহীন একটি বিশ্ব সম্পর্কে ধারণা করার এক ভিত্তি গড়ে তুলেছে। অত্যধিক সরল কিন্তু যুক্তিযুক্ত হওয়ায় আলোকের প্রতিসরন সূচকের উপর ভিত্তি করে অর্থনৈতিক বৈষম্য পরিমাপের প্রস্তাবিত সূচক সমূহ গবেষণার কাজে ব্যবহার করা যেতে পারে।

রেফারেন্সেস

- Amato, V. (1968), *Metodologia Statistica Strutturale*, Vol. 1, Cacucci, Bari.
- Arnold, B.C. (2005), *Inequality Measures for Multivariate Distributions*, *METRON – International Journal of Statistics*, 63 (3):317–327.
- Arnold, B.C. (2012), *On the Amato inequality index*, *Statistics and Probability Letters*, 82(8): 1504–1506.
- Jenkins, A.F. and H.E. White (1981), *Fundamentals of Optics*, New Delhi, McGraw-Hill International.
- Kakwani, N. (1980), *Income Inequality and Poverty: Methods of Estimation and Policy Applications*, New York, Oxford University Press.
- Lombardo, E. (1969), *Nota Sulla Concentrazione Secondo GINI-LORENZ in Quaderni dell'Istituto di Statistica, Università degli Studi di Roma, Facoltà di Economia e Commercio: Roma*, 5:137–142.
- Majumder, A. (2010), Home Page of <http://amlan.co.in> (launched in January 2010 and accessed on 19 April 2018).
- Majumder, A. (2014), *An Alternative Measure of Economic Inequality in the Light of Optics*, Working Paper Series, ECINEQ 2014–346, Verona, Available at: <http://www.ecineq.org/milano/WP/ECINEQ2014-346.pdf> (accessed on 19 April 2018).
- Majumder, A. (2015), *An Alternative Measure of Economic Inequality under the Lorenz Curve Framework in Analogue to the Index of Refraction of Geometrical Optics*, *Economics Bulletin*, 35(2): 1076–1086.
- Majumder, A. (2019), *An Appraisal of the Pro Transfer-Sensitive Measures of Economic Inequality with Left-Leaning Considerations*, *Artha Vijnana (Journal of The Gokhale Institute of Politics and Economics)*, 61 (2): 101–118.
- Osberg, L. (2017), *On the Limitations of Some Current Usages of the Gini Index*, *Review of Income and Wealth*, 63(3): 574–584. doi:10.1111/roiw.12256
- Piketty, T. (2014), *Capital in the Twenty-First Century*, Cambridge, Harvard University Press.

Scala, C. (1969), Nota sulla sensibilità di un indice di concentrazione, Atti della XXVI Riunione Scientifica della Società Italiana di Statistica: Firenze, 2: 425-433.

Subramanian, S. (2015), More tricks with the Lorenz curve, Economics Bulletin, 35(1): 580-589.

Yitzhaki, S. and E. Schechtman (2013), More Than a Dozen Alternative Ways of Spelling Gini, in The Gini Methodology: A Primer on a Statistical Methodology, New York, Springer.